

复合地基相互作用系数解法及参数分析

曹 明^{1, 2}, 陈龙珠¹, 陈胜立¹

(1. 上海交通大学 安全与防灾工程研究所, 上海 200240; 2. 上海电视大学, 上海 200433)

摘 要: 采用积分方程法推导出求解桩-桩、桩-土、土-土之间的相互作用系数所需要的第 2 类 Fredholm 积分方程, 利用叠加原理对复合地基进行计算分析。通过与试验结果的比较, 验证了计算方法的正确性, 并对复合地基的沉降、各桩以及土之间的荷载分担情况进行了参数分析。该方法能够用来分析大规模复合地基, 具有一定的工程应用前景。

关 键 词: 复合地基; 相互作用系数; 荷载分担; 沉降

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

An interaction factor approach and parametric analysis of composite foundation

CAO Ming^{1, 2}, CHEN Long-zhu¹, CHEN Sheng-li¹

(1. Institute of Engineering Safety and Disaster Prevention, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China;

2. Shanghai Television University, Shanghai 200433, China)

Abstract: By the method of integral equation, the second kind Fredholm's integral equation is deduced to solve the interaction factors of pile-pile, pile-soil and soil-soil. Using the principle of superposition, the composite foundation is calculated. The validity of the present method has been verified through comparing with the experimental result. A parametric analysis is made to study the composite foundation settlement and the loads sharing by the individual pile and subsoil. The proposed method could be used to analyze the large composite foundation.

Key words: composite foundation; interaction factor; load sharing; settlement

1 引 言

目前, 复合地基理论受到广大从事岩土工程科学研究、教学和工程人员的重视, 已经取得了大量的研究成果。其中, 有许多国内学者用有限元法研究了复合地基^[1-3], 有限元方法虽能全面考虑各种因素, 但其建模复杂、计算时间长、同时参数多而不容易选择。在复合地基现场试验研究方面, 国内学者对复合地基的工程性状也进行了大量的研究^[4-6], 现场试验研究结果可靠, 但成本高、周期长。

最近, 梁发云等^[7]采用 Muki 和 Sternberg^[8]提出的虚拟桩法对复合地基整体建立方程组, 并进行了求解分析。文献[7]对复合地基整体建立方程组进行了求解, 计算效率较低。本文计算方法同样基于虚拟桩解法, 但本文不对复合地基整体建立方程组,

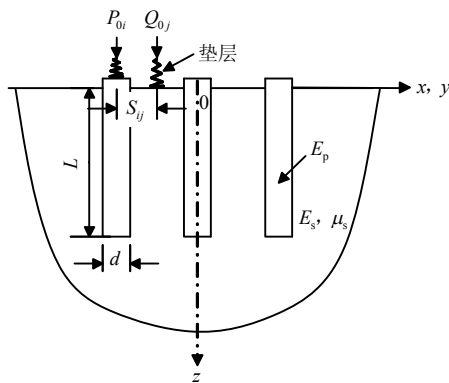
而是通过计算桩-桩、桩-土以及土-土之间的相互作用系数, 利用叠加原理对复合地基进行局部分析。这样, 本文计算方法的计算工作量就大大减少了, 在高承台的群桩计算中, 本文计算方法所用时间约等于文献[7]方法所用时间的 20%。通过与李春灵^[9]的试验结果进行对比研究, 验证了本文计算方法的正确性, 且计算量相对要小, 可以方便地用来分析大型复合地基。

2 相互作用系数的求解

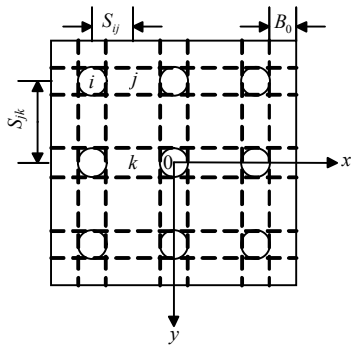
2.1 桩-土之间相互作用系数的求解

如图 1 所示, 在弹性半空间内建立三维坐标系 $\{0, x, y, z\}$, 对于刚性承台下带垫层复合地基, 将刚性承台所在平面处垫层离散成 m 个矩形单元, 相应地将地基土也离散成与矩形垫层单元几何形状和

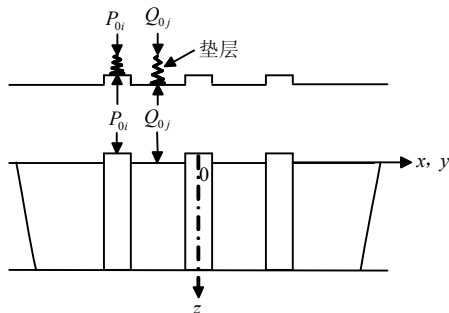
几何尺寸都相同的 m 个矩形土单元。如图 1 (b) 所示, 设第 j 个矩形土单元受到与之相对应的第 j 个矩形垫层单元对基底土压力的合力为 Q_{0j} , 其作用在矩形土单元的几何中心上, 矩形土单元和矩形垫层单元的面积都为 A_j 。设第 i 根桩受到与之相对应的第 i 个矩形垫层单元对桩顶压力的合力 P_{0i} , 其作用在桩顶的几何中心上, 矩形垫层单元的面积是 A_i 。根据力的相互作用原理以及力的平衡原理, 则第 i 个矩形垫层单元顶面和底面分别受到刚性承台和桩顶的压力, 并且压力的合力大小都为 P_{0i} 。



(a) 垫层模型



(b) 单元划分平面布置图



(c) 垫层与桩、土相互作用模型

图 1 复合地基的计算模型

Fig.1 Calculation model of composite foundation

设地基土的弹性模量和泊松比分别为 E_s 和 μ_s ,

第 j 个矩形土单元的几何中心与第 i 根桩的中心之间的距离为 S_{ij} , 第 j 个矩形土单元的几何中心与第 k 个矩形土单元的几何中心之间的距离为 S_{jk} 。刚性承台下垫层厚度为 h_c , 垫层的弹性模量和泊松比分别为 E_c 和 μ_c 。

梁发云等^[10]按照 Muki 和 Sternberg^[8]的方法, 将真实桩分解为虚拟土和虚拟桩, 由虚拟桩与其邻近半空间土之间的竖向应变协调条件建立积分方程, 对两根桩之间的相互作用系数进行求解。同理, 本文以半空间土体中 n 根相同的桩中任意一根直径为 d 、横截面积为 A_p 、弹性模量为 E_p 和长度为 L 的第 i 根桩以及第 j 个土单元为研究对象, 建立如式 (1) 的求解复合地基问题所需要的桩-土之间相互作用的第二类 Fredholm 积分方程, 推导过程从略。

$$\left[\frac{1}{E_p - E_s} + \frac{(1 - 2\mu_s)(1 + \mu_s)}{E_s(1 - \mu_s)} \right] P_{*i}^{ps}(z) - A_p \int_0^L P_{*i}^{ps}(\xi) \cdot \frac{\partial \hat{\varepsilon}_z^{(i,i)}(z, \xi)}{\partial \xi} d\xi = A_p \left[P_{0i} \hat{\varepsilon}_z^{(i,i)}(z, 0) + Q_{0j} \hat{\varepsilon}_z^{(i,j)}(z, 0) \right], \quad (0 \leq z \leq L, z \neq \xi) \quad (1)$$

式中: $P_{*i}^{ps}(z)$ 为桩-土之间相互作用中第 i 根虚拟桩的轴力; $\hat{\varepsilon}_z^{(i,j)}(z, \xi)$ 表示第 j 根桩所在位置弹性半空间土截面 Π_ξ 处作用合力为单位力的均布荷载时对第 i 根桩所在位置的弹性半空间土截面 Π_z 的圆心所产生的竖向应变, 其值可由 Mindlin^[11]基本解进行积分得到。第 i 根桩桩身各点的位移 $w_i^{ps}(z)$ 可以表示为

$$w_i^{ps}(z) = P_{0i} \hat{w}^{(i,i)}(z, 0) + \int_0^L P_{*i}^{ps}(\xi) \frac{\partial \hat{w}^{(i,i)}(z, \xi)}{\partial \xi} d\xi + Q_{0j} \hat{w}^{(i,j)}(z, 0), \quad (0 \leq z \leq L) \quad (2)$$

式中: $\hat{w}^{(i,i)}(z, \xi)$ 表示作用于第 i 根桩 Π_ξ 截面上合力为单位力的均布荷载引起第 i 根桩 Π_z 截面上中心点处的竖向位移。与式 (2) 类似, 可以推导出地基土单元的表面位移 $w_j^{sp}(0)$ 为

$$w_j^{sp}(0) = P_{0i} \hat{w}^{(j,i)}(0, 0) + \int_0^L P_{*i}^{ps}(\xi) \frac{\partial \hat{w}^{(j,i)}(0, \xi)}{\partial \xi} d\xi + Q_{0j} \hat{w}^{(j,j)}(0, 0) \quad (3)$$

如果不考虑其他桩对第 i 根桩的影响, 式 (1) 也可以退化到求解半空间土体中竖向单位荷载 P_{0i} 作用下一根桩的问题, 即

$$\left[\frac{1}{E_p - E_s} + \frac{(1 - 2\mu_s)(1 + \mu_s)}{E_s(1 - \mu_s)} \right] P_{*i}^p(z) - A_p \int_0^L P_{*i}^p(\xi) \frac{\partial \hat{\varepsilon}_z^{(i,i)}(z, \xi)}{\partial \xi} d\xi = A_p P_{0i} \hat{\varepsilon}_z^{(i,i)}(z, 0),$$

$$(0 \leq z \leq L, z \neq \xi) \quad (4)$$

式中: $P_{*i}^p(z)$ 为半空间体中竖向受荷单桩中虚拟桩的轴力。

式(3)也可退化到求解半空间体中竖向单位荷载作用下单桩的位移 $w_i^p(z)$ 表达式, 即

$$w_i^p(z) = P_{0i} \hat{w}^{(i,i)}(z, 0) + \int_0^L P_{*i}^p(\xi) \frac{\partial \hat{w}^{(i,i)}(z, \xi)}{\partial \xi} d\xi \quad (5)$$

对于两根等同的、载荷相等的桩所组成的群桩, 桩的沉降除了本身荷载作用下引起的外, 还有相邻桩引起的附加沉降, 已由 Poulos^[12]对两根桩之间的相互作用系数 α_{ij}^{pp} 进行了定义。同理, 桩与基底土之间的相互作用, 也可以用桩-土之间的相互作用系数 α_{ji}^{sp} 和 α_{ij}^{ps} 来表示。所以, 由式(2)及式(5), 图 1 中半空间土体中第 j 个土单元对第 i 根桩的相互作用系数 α_{ij}^{ps} 定义为

$$\alpha_{ij}^{ps} = \frac{w_i^{ps}(0) - w_i^p(0)}{w_i^p(0)}, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

同理, 第 i 根桩对第 j 个土单元的相互作用系数 α_{ji}^{sp} 定义为

$$\alpha_{ji}^{sp} = \frac{w_j^{sp}(0) - w_j^s(0)}{w_j^s(0)}, \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (7)$$

式中: $w_j^s(0)$ 表示半空间土体中第 j 个土单元在受到合力为单位力的竖向荷载作用时的位移, 可以由半空间土体在边界上受法向分布力的解答^[13]得到, 即

$$w_j^s(0) = \frac{4(1 - \mu_s^2)}{\pi E_s d_k'} \quad (8)$$

式中: $d_k' = \sqrt{4A_k/\pi}$, 为第 k 个土单元的等效直径; A_k 为第 k 个土单元的面积。桩-土之间的相互作用系数 α_{ij}^{ps} 和 α_{ji}^{sp} 不仅与桩中心和土单元几何中心之间的距离有关, 还与土单元的几何形状和大小有关。

2.2 土单元与土单元之间相互作用系数的求解

按上文相同方法, 可以定义垫层下土单元之间的相互作用系数。对于图 1 所示垫层下第 j 个土单元与第 k 个土单元, 设两个土单元都作用合力为单位力的竖向荷载, 两个土单元之间的相互作用系数 α_{jk}^{ss} 为

$$\alpha_{jk}^{ss} = \frac{w_j^{ss}(0) - w_j^s(0)}{w_j^s(0)}, \quad (j, k=1, 2, \dots, m, j \neq k) \quad (9)$$

由于土单元之间的相互作用系数 α_{jk}^{ss} 不仅与两个土单元几何中心之间的距离有关, 还与土单元的几何形状和大小有关, 所以一般有 $\alpha_{jk}^{ss} \neq \alpha_{kj}^{ss}$ 。根据半空间土体在边界上受法向分布力的解答^[13], $w_j^{ss}(0) - w_j^s(0)$ 分下面两种情况进行求解, 如果 $d_k' \leq 2S_{kj}$, 则有:

$$w_j^{ss}(0) - w_j^s(0) = \frac{16(1 - \mu_s^2)S_{kj}}{\pi^2 E_s d_k'^2} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \frac{d_k'^2}{4S_{kj}^2} \sin^2 \theta} d\theta - \left(1 - \frac{d_k'^2}{4S_{kj}^2} \right) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \frac{d_k'^2}{4S_{kj}^2} \sin^2 \theta}} \right], \quad (j, k=1, 2, \dots, m) \quad (10)$$

式(10)右边部分是所谓的椭圆积分, 它们的数值可以用数值积分的方法求解。当 $d_k' = 2S_{kj}$, 即 j 点位于等效圆的边界上时, 上式简化为

$$w_j^{ss}(0) - w_j^s(0) = \frac{8(1 - \mu_s^2)}{\pi^2 E_s d_k'}, \quad (j, k=1, 2, \dots, m) \quad (11)$$

如果 $d_k' > 2S_{kj}$, 即 j 点位于等效圆的边界之内时, 则有:

$$w_j^{ss}(0) - w_j^s(0) = \frac{8(1 - \mu_s^2)}{\pi^2 E_s d_k'} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \frac{4S_{kj}^2}{d_k'^2} \sin^2 \theta} d\theta, \quad (j, k=1, 2, \dots, m) \quad (12)$$

3 一般群桩的弹性理论解法

上述桩-桩、桩-土和土-土之间的相互作用系数可以应用到群桩分析中。群桩中任意一根桩的沉降包含三部分: 桩本身荷载作用下引起的沉降、群桩中其他每根桩依次引起位移增量的总和以及所有土单元依次引起位移增量的总和, 即不仅桩-桩之间的相互作用系数是可以叠加的, 而且桩-土之间、土-土之间的相互作用系数也是可以叠加的。因此, 对于由 n 根桩组成的一般复合地基, 其中任意第 i 根桩桩顶的沉降量 $w_{pi}(0)$ 按照弹性理论的叠加原理有:

$$w_{pi}(0) = w_i^p(0) \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n P_{0j} \alpha_{ij}^{pp} + \sum_{j=1}^m Q_{0j} \alpha_{ij}^{ps} + P_{0i} \right), \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (13)$$

同理, 可以推导出垫层下任意第 i 个土单元几何中心的沉降量 $w_{si}(0)$ 为

$$w_{si}(0) = w_i^s(0) \left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m Q_{0j} \alpha_{ij}^{ss} + \sum_{j=1}^n P_{0j} \alpha_{ij}^{sp} + Q_{0i} \right), \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (14)$$

图 1 中任意一个垫层单元的沉降包含两部分: 垫层单元在荷载作用下本身压缩引起的沉降、垫层单元下边对应的桩顶沉降 $w_{pi}(0)$ 或地基土单元的沉降 $w_{si}(0)$ 。因此, 对于刚性承台下第 i 根桩桩顶垫层单元顶面的沉降量 $w_{cpi}(0)$ 按弹性理论的叠加原理可得出下式:

$$w_{cpi}(0) = w_{pi}(0) + w'_{cpi}, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (15)$$

式中: w'_{cpi} 为第 i 根桩桩顶垫层单元的压缩量, 根据对垫层计算模型的 Winkler 假定^[14], 可得出桩顶垫层单元的压缩量为

$$w'_{cpi} = \frac{h_c P_{0i}}{E_{cp} A_i}, \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (16)$$

式中: 桩顶垫层弹性模量 E_{cp} 取为垫层弹性模量 E_c ^[15], 而桩间土顶面垫层弹性模量 E_{cs} 与桩顶垫层弹性模量的理论计算公式如下^[16]:

$$E_{cs} = \frac{1 - \mu_c}{(1 + \mu_c)(1 - 2\mu_c)} E_{cp} \quad (17)$$

同理, 可以推导出与第 j 个地基土单元相对应的垫层单元的顶面位移 $w_{csj}(0)$ 为

$$w_{csj}(0) = w_{sj}(0) + w'_{csj}, \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (18)$$

式中: w'_{csj} 为与第 j 个地基土单元相对应的垫层单元的压缩量, 且有:

$$w'_{csj} = \frac{h_c Q_{0j}}{E_{cs} A_j}, \quad (j=1, 2, \dots, m) \quad (19)$$

由平衡条件, 承台上作用的总荷载 P_0 等于各桩桩顶分担荷载 P_{0i} 以及垫层下各地基土单元分担荷载 Q_{0j} 之和:

$$P_0 = \sum_{i=1}^n P_{0i} + \sum_{j=1}^m Q_{0j} \quad (20)$$

由式 (15)、式 (18) 和式 (20) 构成的方程组有 $m+n+1$ 个方程, 其中桩-桩之间的相互作用系数 α_{ij}^{pp} 、桩-土之间的相互作用系数 α_{ij}^{ps} 与 α_{ji}^{sp} 、土-土之间的相互作用系数 α_{ij}^{ss} 、单桩本身在单位竖向荷载作用下的桩顶竖向位移 $w_0^p(0)$ 和地基土单元在单位竖向荷载作用下的位移 $w_i^s(0)$ 都是已知数, 方程

组中有 $2n+2m$ 个未知数。对于刚性承台, 承台下所有垫层单元的竖向位移都相等, 所以有:

$$w_c = w_{cpi}(0) = w_{csj}(0), \quad (i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m) \quad (21)$$

式中: w_c 为刚性承台的竖向位移。式 (21) 补充了 $n+m$ 个约束条件, 由式 (15)、式 (18)、式 (20) 和式 (21) 组成的方程组就可解得竖向荷载作用下复合地基的沉降、每根桩的桩顶荷载以及筏板下土单元的压力。在实际情况下, 根据桩布置的对称性, 可以减少方程的数量, 从而提高计算的效率。

4 算例验证及参数分析

4.1 算例验证

利用上述各种相互作用系数, 笔者编制了复合地基弹性分析计算程序。为了验证本文对复合地基解答的正确性, 与李春灵^[9]的 3×3 桩复合地基试验结果进行了比较, 复合地基的平面布置如图 2 所示。该试验是在中国建筑科学研究院地基所模型实验室内的基坑中进行的。根据文献中的试验材料, 本文计算参数相应分别取为: 地基土弹性模量 $E_s = 10 \text{ MPa}$, 泊松比 $\mu_s = 0.25$; 各桩的弹性模量 $E_p = 2 \times 10^4 \text{ MPa}$, 桩径 $d = 0.15 \text{ m}$, 桩长 $L = 2.5 \text{ m}$, 桩心距 $S = 0.525 \text{ m}$; 刚性承台 $B_0 = 0.2 \text{ m}$; 垫层弹性模量 $E_c = 40 \text{ MPa}$, 垫层厚度 $h_c = 0.1 \text{ m}$, 垫层泊松比 $\mu_c = 0.25$ 。

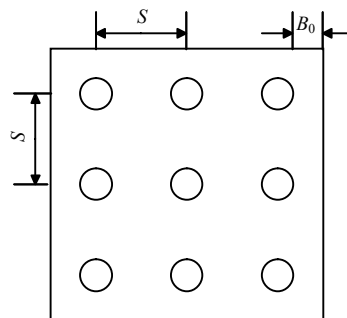


图 2 3×3 桩复合地基的平面布置图

Fig.2 Plan layout of 3×3 composite foundation

在试验中, 桩顶分别设置了压力盒和表面沉降标进行数据的读取, 图 3 给出本文计算的桩顶荷载-沉降曲线与试验数据的比较结果。从图中可以看出: 在桩顶荷载小于 25 kN 时, 本文计算的桩顶荷载-沉降曲线与李春灵荷载试验结果比较接近, 随着荷载的继续增大, 本文计算结果与试验结果差值增大, 这是由于复合地基的荷载-沉降关系进入非线性状态。

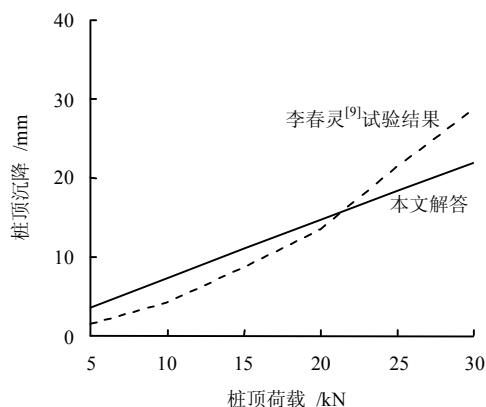
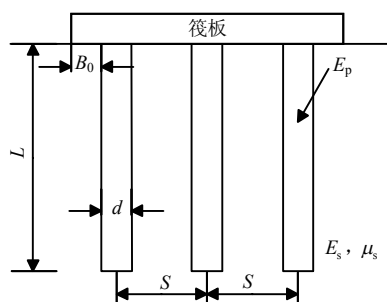


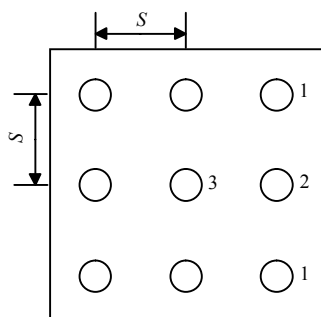
图 3 本文解答与李春灵试验研究的对比
Fig.3 Comparison between the present solution and Li Chunling's research

4.2 参数分析

对于均匀土体中 3×3 桩复合地基, 如图 4 所示, 计算参数为地基土泊松比 $\mu_s = 0.3$, $E_c/E_s = 10$, $h_c = 0.3$ m, $\mu_c = 0.25$; 桩-土弹性模量比分别为 $E_p/E_s = 300, 1000$, 桩的长径比为 $L/d = 30$, 刚性承台 $B_0/d = 1$ 。复合地基沉降特性用复合地基等效刚度 $P_0/(E_s w_c d)$ 表示, 各桩以及地基土的荷载分担特性用总荷载的百分比来表示。



(a) 复合地基立面布置图



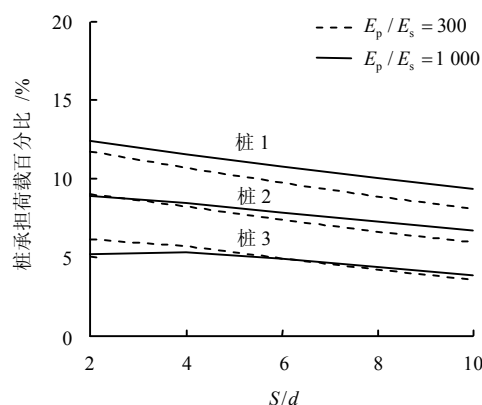
(b) 复合地基平面布置图

图 4 3×3 桩复合地基示意图
Fig.4 Scheme of 3×3 composite foundation

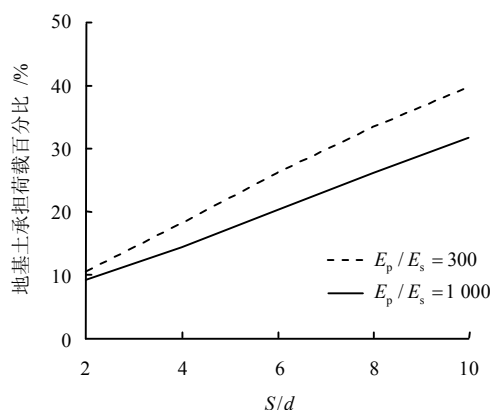
图 5 给出了桩-土荷载分担百分比以及复合地基的竖向等效刚度随桩间距的变化曲线, 从图中可

以得到如下一些结论。

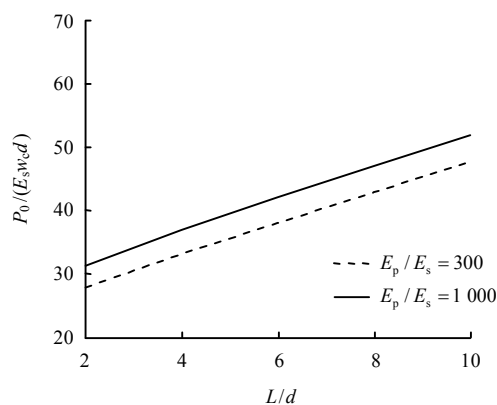
(1) 由图 5 (a) 和图 5 (b) 可以看出, 群桩中各桩的荷载分担百分比都随着桩间距的增大而减小, 而地基土荷载分担百分比随着桩间距的增大而显著增大。对于不同的桩-土弹性模量比, 图中角桩 (桩 1)、边桩 (桩 2) 以及地基土的荷载分担百分比随桩间距变化幅度有所不同, 但变化趋势都相同; 对



(a) 各桩分担荷载百分比



(b) 地基土分担荷载百分比



(c) 复合地基等效刚度

图 5 桩间距对复合地基荷载分布和沉降的影响
Fig.5 Effect of pile spacing on load distribution and settlement of composite foundation

于中心桩(桩3),当桩-土弹性模量比 $E_p/E_s=1\ 000$ 时,随着桩间距的增大,中心桩的荷载分担百分比有先增大后减小的趋势,当桩-土弹性模量比 $E_p/E_s=300$ 时,中心桩的荷载分担百分比与其他桩的变化规律一致。

(2)由图5(c)可以看出,复合地基的等效刚度 $P_0/(E_s w_c d)$ 随着桩间距的增大而显著增加,近似呈线性增长,即复合地基的沉降随桩间距的增加而减小,这主要是由于随着桩间距的增大,地基土承担的荷载明显增大的缘故。对于不同的桩-土弹性模量比,其变化规律基本相同。

5 结 语

本文中将 Muki 方法求解两根桩之间的相互作用系数计算方法推广到桩与垫层下地基土单元以及地基土单元与地基土单元之间的相互作用系数计算上,并基于叠加原理建立了复合地基相互作用系数计算方法。采用虚拟桩的方法来计算桩-桩以及桩-土之间的相互作用,充分考虑了桩-土分离以后桩体孔洞的存在。通过与试验结果的比较,验证了本文计算方法的合理性。本文计算方法不需要对群桩整体建立模型进行分析,因此,本文计算方法是一种计算效率高的复合地基分析方法。

参 考 文 献

- [1] LIANG Fa-yun, CHEN Long-zhu, SHI Xu-guang. Numerical analysis of composite piled raft with cushion subjected to vertical load[J]. **Computers and Geotechnics**, 2003, 30(6): 443—453.
- [2] 葛忻声, 龚晓南, 张先明. 长短桩复合地基有限元分析及设计计算方法探讨[J]. **建筑结构学报**, 2003, 24(4): 91—96.
GE Xin-sheng, GONG Xiao-nan, ZHANG Xian-ming. FEM analysis and design of long-short-pile composite foundation[J]. **Journal of Building Structures**, 2003, 24(4): 91—96.
- [3] 陈龙珠, 梁发云, 丁屹. 变刚度复合地基处理的有限元分析[J]. **工业建筑**, 2003, 33(11): 1—4.
CHEN Long-zhu, LIANG Fa-yun, DING Yi. Analysis of compound foundation of variable rigidity with FEM[J]. **Industrial Construction**, 2003, 33(11): 1—4.
- [4] 池跃君, 宋二祥, 金淮, 等. 刚性桩复合地基应力场分布的试验研究[J]. **岩土力学**, 2003, 24(3): 339—343.
CHI Yue-jun, SONG Er-xiang, JIN Huai, et al. Experimental study on stress distribution of composite foundation with rigid piles[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(3): 339—343.
- [5] 刘奋勇, 杨晓斌, 刘学. 混合桩型复合地基试验研究[J]. **岩土工程学报**, 2003, 25(1): 71—75.
- [6] LIU Fen-yong, YANG Xiao-bin, LIU Xue. Field test of a composite foundation including mixed pile[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2003, 25(1): 71—75.
- [7] 陈龙珠, 梁发云, 黄大治, 等. 高层建筑应用长-短桩复合地基的现场试验研究[J]. **岩土工程学报**, 2004, 26(2): 167—171.
CHEN Long-zhu, LIANG Fa-yun, HUANG Da-zhi, et al. Field study on behavior of composite piled raft foundation for high-rise buildings[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2004, 26(2): 167—171.
- [8] 梁发云, 陈龙珠, 李镜培. 混合桩型复合地基工程性状的近似解法[J]. **岩土工程学报**, 2005, 27(4): 459—564.
LIANG Fa-yun, CHEN Long-zhu, LI Jing-pei. An approximate approach for the analysis of composite foundation with hybrid piles[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2005, 27(4): 459—463.
- [9] MUKI R, STERNBERG E. Elastostatic load-transfer to a half-space from a partially embedded axially loaded rod [J]. **International Journal of Solids and Structures**, 1970, 6: 69—90.
- [10] 李春灵. 边载作用下 CFG 桩复合地基性状分析[J]. **建筑科学**, 1999, 15(4): 19—23.
LI Chun-ling. Bearing capacity analysis of composite foundation under surcharge[J]. **Building Science**, 1999, 15(4): 19—23.
- [11] 梁发云, 陈龙珠, 李镜培. 加筋效应对群桩相互作用系数的影响[J]. **岩土力学**, 2005, 26(11): 1 757—1 760.
LIANG Fa-yun, CHEN Long-zhu, LI Jing-pei. Analysis of piles reinforced effects on interaction coefficients of piles[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(11): 1 757—1 760.
- [12] MINDLIN R D. Force at a point in the interior of semi-infinite solid[J]. **Physics**, 1936, 7: 195—202.
- [13] POULOS H G. Analysis of the settlement of pile groups[J]. **Geotechnique**, 1968, 18(4): 449—471.
- [14] 徐芝纶. 弹性力学(上册)(第3版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2000.
- [15] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996.
- [16] 宋二祥, 沈伟, 金淮, 等. 刚性桩复合地基-筏板基础体系内力、沉降计算方法[J]. **岩土工程学报**, 2003, 25(3): 268—272.
SONG Er-xiang, SHEN Wei, JIN Huai, et al. A practical method for the analysis of rigid pile composite foundation-raft system[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2003, 25(3): 268—272.
- [17] 胡中雄. 土力学与环境土工学[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997.